



A Matemática das Populações de Peixes

A população mundial cresce a um ritmo bastante elevado, criando assim uma procura cada vez maior de produtos e bens alimentares. Alguns destes bens alimentares são provenientes de recursos renováveis, como é o caso dos recursos pesqueiros (devido à reprodução dos peixes). A qualidade de um recurso pesqueiro poderá ser alterada devido à sua sobre-exploração por parte do Homem, e pode conduzir a um declínio na reprodução, já que a 'velocidade' a que se pesca torna-se superior à 'velocidade' de reprodução dos peixes.

Como pode o Homem prevenir este declínio? Uma das técnicas é aplicar modelos matemáticos, chamados 'modelos bio-económicos' para estudar a dinâmica da evolução do número de peixes. Estes modelos estudam a gestão dos recursos pesqueiros e podem ter em consideração as questões económicas e biológicas referentes ao recurso pesqueiro.

A principal ferramenta dos modelos bio-económicos são as equações diferenciais, isto é, equações matemáticas que incluem pelo menos uma derivada de uma determinada função. A reprodução dos peixes ocorre, ao longo do tempo e numa região, a uma taxa r , a qual é dependente do número de peixes existentes nessa região. Isto quer dizer que quanto maior é o número de peixes, maior será, em princípio, a sua taxa de reprodução. Do ponto de vista matemático, a evolução do número de peixes, $x(t)$, pode ser dada por:

$$x'(t) = rx(t),$$

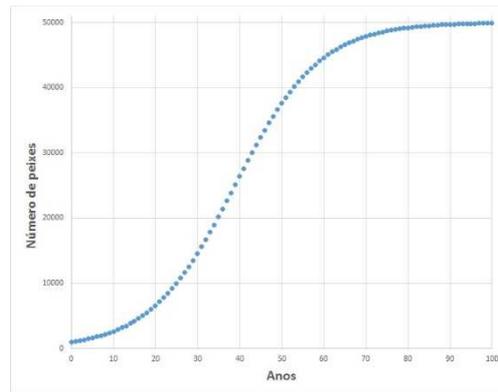
onde $x'(t)$ é a derivada da função x no instante t , que representa o número de peixes. Podemos ainda admitir que no instante inicial do estudo existem N peixes. Este modelo não é realista pois permite que a população de peixes cresça indefinidamente. De facto, existem limites ao crescimento da população. Quando esta atinge um determinado limite, os recursos disponíveis (alimentação, espaço, etc.) diminuem. Podemos incorporar estas limitações no modelo acima referido, de modo a obtermos um modelo mais realista, onde incluímos um valor teórico máximo que a população poderá atingir.

Um exemplo de aplicação deste modelo é: suponhamos que neste momento (instante inicial) existem $N = 1\,000$ peixes, que a taxa de crescimento da população é de 10% (ao ano) e que a capacidade máxima de peixes é de 50000. Então, daqui a 40 anos o número de peixes é igual a:

$$x(40) = 26\,351,$$

ou seja, daqui a 40 anos existirão 26 351 indivíduos. Do ponto de vista gráfico, a evolução do número de peixes ao longo dos anos pode ser vista na imagem seguinte:

FIGURA 1



Nuno M. Brites

Aluno de Doutoramento em Matemática da Universidade de Évora

brites@uevora.pt