



## Números primos

O objetivo desta crónica é desvendar um pouco do fascinante “mundo” dos números primos. Antes de mais, convém começar por explicar o que é um número primo.

Um número primo é um número natural que tem como únicos divisores distintos o 1 e ele próprio. Por exemplo, o número 2 é primo porque só é divisível por 1 e por si próprio, o mesmo acontece com o número 3. Porém, já o número 4 não é primo, pois tem por divisores 1, 2 e 4, designando-se por número composto. Os dez primeiros números primos são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 e 23. Note-se que o número 2 é o único primo par, uma vez que qualquer outro número par é divisível por 2, portanto, não é primo.

A existência de registos envolvendo o conjunto dos números primos num dos mais famosos antigos documentos matemáticos que chegou aos nossos dias, o Papiro de Rhind, copiado por volta de 1650 a.C. pelo escriba Ahmes, permite-nos afirmar que este conjunto era conhecido dos antigos egípcios. Contudo, o seu estudo ter-se-á iniciado na antiga Grécia, por volta de 500 a.C., com os trabalhos desenvolvidos por matemáticos da escola pitagórica.

O primeiro método para determinar números primos inferiores a um determinado número  $n$ , o Crivo de Eratóstenes, foi desenvolvido por Eratóstenes de Cirene ( $\approx 276$  a.C.–197 a.C.). Trata-se de um método bastante simples, exemplifiquê-mo-lo para  $n=100$ . Liste-se sequencialmente todos os números naturais entre 2 e 100, primeiro eliminam-se desta lista os múltiplos de 2, depois retiram-se os múltiplos de 3, em seguida os múltiplos de 5 e assim sucessivamente<sup>1</sup>. Assim, os números não eliminados, que estão os assinalados na figura com O, são os primos até 100.

<del>2</del>	<del>3</del>	<del>4</del>	<del>5</del>	<del>6</del>	<del>7</del>	<del>8</del>	<del>9</del>	<del>10</del>	<del>11</del>	<del>12</del>	<del>13</del>	<del>14</del>	<del>15</del>	<del>16</del>	<del>17</del>	<del>18</del>	<del>19</del>	<del>20</del>	
<del>21</del>	<del>22</del>	<del>23</del>	<del>24</del>	<del>25</del>	<del>26</del>	<del>27</del>	<del>28</del>	<del>29</del>	<del>30</del>	<del>31</del>	<del>32</del>	<del>33</del>	<del>34</del>	<del>35</del>	<del>36</del>	<del>37</del>	<del>38</del>	<del>39</del>	<del>40</del>
<del>41</del>	<del>42</del>	<del>43</del>	<del>44</del>	<del>45</del>	<del>46</del>	<del>47</del>	<del>48</del>	<del>49</del>	<del>50</del>	<del>51</del>	<del>52</del>	<del>53</del>	<del>54</del>	<del>55</del>	<del>56</del>	<del>57</del>	<del>58</del>	<del>59</del>	<del>60</del>
<del>61</del>	<del>62</del>	<del>63</del>	<del>64</del>	<del>65</del>	<del>66</del>	<del>67</del>	<del>68</del>	<del>69</del>	<del>70</del>	<del>71</del>	<del>72</del>	<del>73</del>	<del>74</del>	<del>75</del>	<del>76</del>	<del>77</del>	<del>78</del>	<del>79</del>	<del>80</del>
<del>81</del>	<del>82</del>	<del>83</del>	<del>84</del>	<del>85</del>	<del>86</del>	<del>87</del>	<del>88</del>	<del>89</del>	<del>90</del>	<del>91</del>	<del>92</del>	<del>93</del>	<del>94</del>	<del>95</del>	<del>96</del>	<del>97</del>	<del>98</del>	<del>99</del>	<del>100</del>

1 Na figura, os múltiplos de 2 eliminados estão assinalados com o símbolo -, os múltiplos de 3 com /, os múltiplos de 5 com \ e os de 7 com X.

Aparentemente, os números primos vão ficando mais raros o que pode levar-nos a pensar que serão finitos. O que não é verdade, pois, como provou Euclides de Alexandria ( $\approx 325$  a.C.– $265$  a.C.) na sua famosa obra “Os Elementos”, o seu conjunto é infinito.

Do ponto de vista da Aritmética eles são muito especiais, dado que qualquer número natural maior que 1 pode ser decomposto num produto de números primos. Esta propriedade é conhecida como o Teorema Fundamental da Aritmética. Por exemplo, 102 pode escrever-se como  $2 \times 3 \times 17$ , pelo que, fazendo um paralelismo com a Física, é como se os números primos fossem os átomos que compõem as moléculas, ou seja, os outros números.

Embora o conceito de número primo seja muito simples, não existe uma fórmula para os determinar. Por outro lado, os números primos muito grandes são uma poderosa ferramenta da criptografia, garantindo a segurança e o sigilo, por exemplo, de operações bancárias realizadas pela Internet. Por isso, muitos matemáticos direcionam a sua investigação na procura de técnicas e algoritmos que permitam encontrar números primos cada vez maiores. Em janeiro de 2013, foi descoberto o maior número primo conhecido até ao momento o  $2^{57885161} - 1$ , que é formado por mais de 17 milhões de dígitos. Muito mais haveria para dizer acerca destes números, mas ficará para uma próxima oportunidade.

Ana Isabel Mendes dos Santos

Professora no Departamento de Matemática, ECT da Universidade de Évora