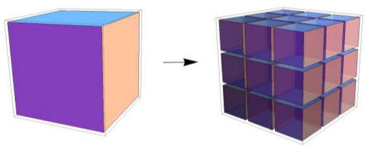
Sobre geometria II – *medir a terra (e outras coisas)*

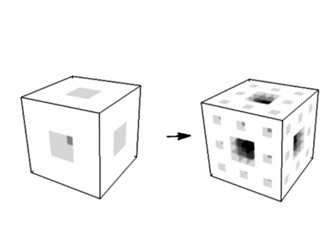
A esponja de Menger

Partimos de um cubo de dimensão arbitrária e estabelecemos o seguinte procedimento:

1) Dividimos cada aresta do cubo em três segmentos iguais. 2) Usando esses segmentos dividimos cada face do cubo em 9 quadrados iguais. 3) Cortando o cubo através destes quadrados teremos o cubo dividido em 27 cubos menores. 4) Removemos cada cubo menor no centro de cada face e o cubo menor existente no centro.

Assim, no final do procedimento substituímos o cubo inicial por uma figura geométrica formada por 20 cubos menores. Cada um destes cubos terá 1/27 do volume do cubo inicial, a área de cada face será 1/9 da face do cubo inicial e o comprimento de cada aresta será 1/3 da aresta do cubo inicial.

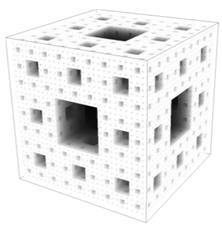




A figura obtida terá assim volume total de 20/27. Pelo contrário a área total aumenta. Para a determinar teremos de considerar todas as novas faces. São 8 faces por cada face do cubo original e 4 faces que estavam ocultas por cada cubo menor retirado do centro da face do cubo original. A área total será então de 8/9 x 6 + 4/9 x 6 = 8. Ou seja a área total aumenta, quando o volume diminui na proporção 20/27 ≈ 0.74.

Vamos agora supor que o processo se repete e que cada cubo é substituído por 20 cubos menores, na mesma proporção 1/27 de volume, 1/9 de face, 1/3 de aresta, com o volume total a diminuir e a área total a aumentar.

Realizando o procedimento sucessivamente obtemos aproximações de um objecto matemático chamado a *esponja de Menger*. O volume da esponja de Menger é 0 e área total infinita.



Carlos Ramos

Professor do Departamento de Matemática, Universidade de Évora