



## A Matemática e as finanças – Parte I

Hoje, tal como sempre, as questões financeiras são uma das grandes preocupações da nossa vida. Diariamente ouvimos notícias sobre empréstimo, subidas ou descidas de taxas de juros, juros da dívida pública, etc.



De facto, a prática de cobrar uma taxa sobre o dinheiro emprestado é milenar, bem como a obtenção de independência financeira através da acumulação de riqueza. Podemos encontrar referência a estas questões na literatura matemática da antiguidade, como é exemplificativo o seguinte problema, que consta de uma placa de argila da Mesopotâmia datada de 1700 a.C. e que se encontra no museu do Louvre:

*“quanto tempo demorará uma quantidade de dinheiro a duplicar se for investida a uma taxa de 20 por cento de juros compostos anualmente?”.*

Para resolver este problema, formulemo-lo em linguagem simbólica. Note-se que no final de cada ano a quantia cresce 20%, ou seja, o correspondente a um fator de 1.2, portanto, ao fim de  $x$  anos, a quantia terá crescido  $1.2^x$ . Como este valor terá que ser igual ao dobro da quantia inicial, então obtém-se a equação  $1.2^x = 2$  (que não depende da quantia inicial). Agora, há que resolver a equação em ordem a  $x$ , para tal usamos logaritmos, coisa que os babilónicos não tinham. Contudo, conseguiram obter uma solução aproximada observando que  $x$  teria de ser um valor entre 3 e 4, uma vez que  $1.2^3 = 1.728$  e  $1.2^4 = 2.0736$ . Para reduzir o intervalo, por forma a encontrar o valor pretendido, usaram o método de interpolação linear, que corresponde a encontrar um número que divide o intervalo de 3 a 4 na mesma razão em que 2 divide o intervalo de 1.728 a 2.0736. O que conduz a uma equação linear em  $x$ , cuja resolução não foi certamente nada fácil para os babilónicos, tendo em conta as técnicas de que disponham naquela época. Contudo, a solução do problema que consta na placa de argila é 3;47,13,20 (valor escrito no sistema sexagesimal utilizado pelo babilónicos), que corresponde a  $3 + 47/60 + 13/60^2 + 20/60^3$ , ou

seja, aproximadamente 3.7870. Este valor está bastante próximo do valor correcto que é 3.8018, ou seja, cerca de 3 anos, 9 meses e 18 dias.

Quando investimos uma determinada quantia, podemos optar por um de dois regimes para a capitalização dos juros que vamos receber: juros simples ou juros compostos.

No sistema de capitalização de juros simples o juro de cada intervalo de tempo é calculado apenas sobre o capital inicial, enquanto que no sistema de juros compostos o juro de cada intervalo de tempo é incorporado ao capital inicial e passa a render juros também.

Na segunda parte desta crónica explicarei, através de exemplos, o que distingue estes dois sistemas de capitalização de juros.

Ana Isabel Santos

Professora no Departamento de Matemática, Escola de Ciência e Tecnologia, Universidade de Évora